



TITLE:

数学的連続から哲学的連続に到る 省察(1) (数学史の研究)

AUTHOR(S):

村田, 全

CITATION:

村田, 全. 数学的連続から哲学的連続に到る省察(1) (数学史の研究). 数理
解析研究所講究録 2001, 1195: 80-90

ISSUE DATE:

2001-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/64839>

RIGHT:

数学的連続から哲学的連続に到る省察 (1)

立教大理学部, 桃山学院大文学部 村田 全 (Tamotu Murata)
Prof.em. at Fac. Sc., Rikkyou Univ. and
ex Prof. at Fac. Litt., Momoyama-gakuin Univ.

これは歴史的考察こそ交えているが数学史の論文ではなく, 数理哲学的主題に関する論文以前の試論である。今後, 根本的な軌道修正もありうる状態だが, そのためにも諸氏のご批判を得たく, ここに中間報告をさせていただく。

大体的方針は次の通りである。時間, 空間はもとより, 我, 我と汝, 我と彼から, 生物と無生物, 果ては心と物の弁別, 分類などまで, 哲学の根本的問題を念頭におき, 特にそれらの底にある「連続性」に注目し, 数学的連続性をそれら一般的な連続性において考察する。その際, Bergson の純粹持続に似た混沌たる「今の今」から出発し, 現代数学の考察に到るが, その間を Kant 的「批判」の方法を学びつつ繋ごうとする。Kant と Bergson という異質なものを繋ぐのは突飛に見えようが, (経験的, 理論的のどちらとも分かちがたい) 本然的な現実を出発点として, 現代数学が理論上(一応)の真理性を獲得し, 経験的現実への応用も可能にするという事実を説明すべく, その混沌がどんな先天的(a priori)な条件を満たすか, またその数学はどんな性質を持つか, 特に普遍妥当な真理の体系と見てよいか, 等を吟味する方向で行われる。

結論として, 私は現代数学を普遍妥当な学問とは考えず, 経験科学的側面を持つものと考えている。また「連続」は, 主観である「我」の産物であり, 連続運動の場たる数学的連続はともかく, 連続運動そのものを言語的手段によって記述ことは, この「我」には不可能であると主張しとしようとしている。あくまで完成した議論ではなく, 問題提起のつもりである。

(1) 動機——古典的な数学, 自然科学の連続性の問題——

今回は現代数学の考察は次回以後に回し, 近代の古典的解析やその物理学への応用の問題に限定して, 二三の問題を考える。

Dedekind-Cantor の実数論は, 集合論を用いる現代的枠組みの中では一応完結している。しかし「連続運動とは何か」を考えようとすると非常に難しい。Zenon の逆理のことまでは言わないが, 連続運動の数学的代替物は強いて言え

ば「変数(variable)」であろう。しかし変数が或る区間をどのように動くかは数学的に表現しにくく、「流れるように」という程度の例示に止まる。

Dedekind 自身は

「直線の上組, 下組分割を起こす点の一つかつ唯一つ存在する」
ことを「原理」と呼び, 大要次のようなことを書いている。

「人がこれを, 自分の直線の表象と一致する自明なことするならば, 大いに結構だが, 私にも誰にもその原理の正しさを証明する力はない。直線のこの性質を承認するのは公理であり, これによって我々は初めて直線に連続性を認めうる」(『連続と無理数』第3節)

彼は, 無理数は人間の創造物と見る思想の下でこう述べたのだろうが, 私は彼の「創造」を, 人間に生来備わった「連続」の意識の潜在能力の自覚的表現と考えている。これは私にとって重要な論点である。

連続運動は或る区間での連続関数で表現されるが, 連続関数は極限算法 \lim を用い「一点における連続性」を定義した上で, 区間の「各点で連続」として, 原子論的に定義される。また \lim の方は ϵ - δ 論法や Cauchy の基本列で定義され, 「流れるような」の説明にはほど遠い。特に定義域が複素平面だったりすると, \lim を取る時の変数の経路は黙過されることが多い。(ついでながら, ϵ - δ による定義と基本列による定義の同等性は選択公理を用いればできるが, さもなければ不可能と言ってよいほど困難である。)

他方, 連続運動の問題には自然科学から見ても難問が多い。発進, 停止など, \lim の適用される問題はその重要な例だが, そもそも機関車が列車を牽引できるかすら, Newton 力学の作用と反作用だけでは説明できず, 実際には摩擦などの非保存力の介在が本質的に利く。摩擦は Newton 体系の本来の対象ではないが, これを都合よく(ad hoc)取捨しないと実際の現象を解明できない。つまり \lim が近似的にでも有効に使えるのは, 理論以上に経験的事実による。

「連続運動とは何か」を, 実数論と同じ程度にでも「数学化」するにはどうすべきか, そもそもそれは可能なのか, それともそれは「数学本来の職掌外」(吉田洋一『零の発見』末尾参照)なのだろうか, これらは私にとって, 事の出发点となった根本的な疑問である。

しかしそこに到る前に, Dedekind-Cantor 的連続論を含めて, 集合実在論的な現代数学が理論的に辻褄の合う(konsistent)な体系と認められ, かつそれが人間の経験的現実にも寄与するというのはどんな根拠に基づくのかを問いたい。換言すれば, 観念と経験の二本足に立つ人間の思考は, そのためにどんな条件を満たすべきか, またその数学は多くの学者が考えたように, 本当に普遍的, 絶対的な真理なのか, 私はそこまで考察を進めたい。(数学的連続性に関して

は、集合論の Gödel や Cohen のモデル、また超準解析(non standard analysis)等に言及せねばならないが、これは次回に送る.)

この設問は Kant 的である。私はそれを彼の『純粹理性批判』("KDRV" と略)に学んだが、彼に従って「内容よりもその精神を学ぶ」(cf. "Prolegomena")つもりで事を運ぶことにした。私は先ず考察の初めを Bergson の実存論的な面にまで遡らせ、第二には "KDRV" が目標としたような数学の真理の超越的普遍性の救済を捨てた。それは私が現代数学を、経験から階層的に展開された一種の経験科学と見るからだ、第二の点はまだ模索中である(下の第4節参照)。

なお、Kant は「連続(Kontinuität)」という言葉をあちこちで用いるが、用例の提示や分類が主で、無理ないことだが説明は不十分だと思う。岩波文庫版の「索引」に「連続」はあるが、何故か Meiner 版の "KDRV" の「事項索引」にはない。Ratke "Systematisches Handlexikon zu Kants KDRV" (F. Meiner) には多数の章句が引用されているが、「時空は 'quanta continua' である」「時間の連続性は流れで表される」「連続は延長の質」など、用例の提示や分類が主で、連続性とは何かの説明らしきものはあっても、もう一つ立ち入った吟味はない。

また、Cantor が Kant に与えた批判的コメントは全体として当たっていないと思うが、Cantor の無理数論を Kant の「連続」概念の内容としてみることはかまわないであろう(拙著『数学と哲学との間』第2部第2章参照。但しこの論文については、科学基礎論学会で述べたように論旨に修正の要がある。)

(2) "KDRV" から何を学び、何を捨てるか

(2-1) "KDRV" の輪郭

Kant は、天降りの第一原理の学、形而上学を捨て、また獨我論も素朴實在論も採らず、観念と経験の二本足に立とうとする。しかし経験からの総合的知見は相対的で普遍性を持たず、原理に発する分析的知見は合理的だが、原理の出所が問題である。しかも彼は、数学や或る種の自然科学の「真理」が経験を越えた普遍性を持つことを認め(先天的綜合判断)、その事実を支えるために理性がどんな要件を満たすべきかを吟味する。これが彼の「批判」である。

彼はその立場上、人間の外に「物自体(Ding an sich)」を認めまいとする。人間は感覚器官を介してのみ外界と繋がり、精神がそれを直観(Anschauung)とするのである。その受容能力は「感性(Sinnlichkeit)」と呼ばれるが、物自体は持ち出せないから、受容される材料(質料)がどこから来るかは言えない。言えるのは、感性には先天的に「時間」と「空間」の二つの形式(Form, 形相)が備わっていて、人間の認識はこの二つの形式の下で秩序付けられ、感

性を通じて獲得される，ということである．空間は感性が世界を理解するための外的な意識，時間は内的な意識であり，何れにせよ経験から来たものではない．芝居で言えば舞台と進行に擬せられよう．

直観が感性の働きであるのに対して，考える働きは「悟性(Verstand)」と呼ばれ，当時の論理学での判断表[量，質，関係，様相]を参照して 12 (= 4x3) 種の基本要素，カテゴリー(Kategorie)に分類される．即ち，

- (a) 量：単一性，多者性，全体性；
- (b) 質：実在性，否定性，制限性；
- (c) 関係：実体と属性，原因と結果，能動受動の相互関係
- (d) 様相：可能性と不能性，現実的存在と非現実，必然性と偶然性

これらは悟性の先天的な(a priori)基本形式であって経験から来たものではなく，しかもあらゆる判断はこの形式に則って行われるべき形式規定である．

感性と悟性は Kant において完全に切り離されると共に（「感性は思考せず，悟性は直観しない」），相携えて人間の思考を主体的に創り出す．但し感性と悟性のこの割り切り方は多少気になるので後で検討する．

時間，空間，カテゴリーなどは感性，悟性の何れとも違うメタ的働きで「先天的」なものだが，話を進める内に，精神の中には感性，悟性の働きを一個の「対象」に纏める，メタのメタ的要素が必要になる．この種の要素は「超越論的(transzendental)」と呼ばれる．例えば眼，耳，触覚などの受け取る個々バラバラな感覚を，同じ一つの「物自体」の持つ諸側面として統一的に解釈すること(統覚作用 [Apperzeption])●や，一旦カテゴリーによって分かたれた思考内容を一つの事象に纏める働き，それらが万人に共通な普遍妥当性を獲得する所以などの議論がそれで，この最後の認識の主体は「超越論的自意識(transzendentes Selbstbewusstsein)」である．これらは一種の「お助け神(deus ex machina)」のようだが，この種のものを持ち込まなければ，到達不能な「物自体」と「精神」を繋ぐことは出来ないと思われる．私もやがて「今の今」というもののの中にその種のものを導入するであろう．

しかしその前に，思考作用である悟性の働きを，感覚を介して感性に捉えられるようにする仕事が残っている．人間が外界と繋がる道は最終的にはこれ以外にないからである．そこで Kant は，各カテゴリーの働きを「時間」の中に投影しようとする．この議論は図式論(Schematismus)と呼ばれ，この働きは「構想力の超越論的機能(transzendente Funktionen der Einbildungskraft)」と呼ばれる．難解な部分だが後の議論に関係があるので，少し詳しく述べる．

例えば (a) の量のカテゴリーには時間の列，即ち数を；(b) の質には時間の内容をなす感覚を；(c) の関係には時間の順序を；(d) の様相には時間の経過

に結びつけられた感覚を、などに対応させ、それと共に感覚の側にもそれぞれに応ずる条件が大要次のように要請される。「」内は原文の要約である。

(a') 直観の公理(Axiome der Anschauung):「直観は全て外延量なり。」要するに感覚には時間の長さが伴うということらしい。

(b') 知覚の先取り(Antizipationen der Wahlnehmeng):「感覚の対象をなす実在的なものは内包量つまり度を持つ。」要するに感覚されたものはその刺激を内的に持つということらしい。

(c') 経験の類推(Analogie der Erfahrung):「経験は知覚の必然的結合によってのみ可能なり。」例えば、「本体」を持続の変わらぬ感覚に「属性」を変化の感覚に対応させる等、時間の持続と感覚の持続の結びつき方を関係のカテゴリイに対応させることであろう。

(d') 経験的思考一般の公準(Postulate des empirischen Denken überhaupt):或る感覚が時間内に生ずる(可能的、必然的等の)様態を、一般的に規定することであろう。

実は「」以外の説明には私の誤解した点があるかも知れない。しかしともかく Kant の感性と悟性の過度なまでの峻別は、思考の世界と感覚の世界を如何に繋ぐかの苦心に発するのであろう。ただし決定的なことは、無限集合を多用する現代数学を、このように「時間」の中に「投影」というのは無理であり、この種の試みを企てる者はここを克服する覚悟がいる。私は無謀を承知でそれに挑もうとしているわけである(老いの一徹!?)。

(2-2) "KDRV" に不満な点・疑問な点

(i) Kant は或る程度ものを知った者を相手にしている。従って論理学などの知識は初めから前提しているが、この姿勢はこれでよいのか。論理法則なども広い意味の経験から生じたと考えうるものだから、これを不問にするのは多少気になる。尤も、論理を前提しないで理論的学問など出来ないから、これは微妙で難しい問いである。

(ii) 上記の感性と悟性のように、概念の峻別には過度に見えるものもある。しかしそこに重大な配慮のある場合も少なくなく、慎重な考慮を要する。12個のカテゴリイの分類もその例だが、"KDRV" の全体的構図の変更と共に再吟味の余地はあろう。これは今考えている最中の問題である。

(iii) 思惟における言語の役割がほとんど考察の対象になっていないのは、時代的制約のせいであろうが、今日の我々としては深く考えねばならない(第4節参照)。

(iv) よく知られていることだが、Kant の「純粋数学」の主たる材料はユークリッド的な幾何学と数論であり、記号代数さえほとんど考慮されていない。

また「純粹自然学」は、Descartes の「物の本質は延長」に対して「物には重さがある」を論ずる体の、Newton 力学よりずっと古典的な「自然学」の雰囲気を残している。従って Kant の「批判」は内容的に現在の用に立たず、それには原理的に全く新しい考慮が必要である(その一部は第5節参照)。

以上のような見地から、私は "KDRV" にその展開に先立つ部分を追加し、その到達目標に重大な修正を加えようとしているわけである。

(3) 出発点：「今の今」

(3-1) 「今の今」と連続

第1節で触れたように、Dedekind-Cantor の実数の連続性が説得力を持つのは、自然数、有理数などの古典的対象の上に無限集合の対象化という方法を加えた現代数学の枠組みの中のことで、それが経験的空間や時間の連続性を支えるとするのは、「連続」の直観に対する一つの解釈である。

これに対して、自分の実存を徹底的に内観すれば、それは「今」というこの瞬間にしかないことが分かる、この「今」は「永遠の今」などとも呼ばれるが、以下では「今」と略称する。過去はその瞬間における「記憶」の中に、未来は期待、換言すれば記憶から逆向きに「類推」することの中にあるだけで、更に虚心に見れば、その「瞬間」は極めて短い時間といひ、数学的点のような文字通りの一瞬で、そこには元来、時間も空間も我も他者もなく、また「記憶」も「類推」もない。あるのはただ禅家のいわゆる「眼前一個ノ無縫塔」である。

ところが、その反面、自分の連続の感覚を内省的に吟味すれば、その連続感の源もまたこの「今」にあることに気付く。つまりそれは、連続的に休みなく流れ「動いている」と見えると同時に、「今」という一点において「動いていない」とも見える始末の悪いもので、その意味でその一点だけを切り離すのは不可能に近い。実際、「今」を捉えようと意識する途端に「今」はもはやその「今」でなくなり、ましてそれを言葉で表現しようとするれば「今」は雲散霧消してしまう。この意味では「今」は「離散的」、「非連続」だが、「今」を介して一切が「連続」して動いていることも疑えない実感である。そして私は数学的連続を含めて、運動、時間、空間、或いは意識などの連続性の遠い源泉を、「今」にまつわる(連続のような、連続でないような)この「連続性」におこうとする。

この考えは Bergson の純粹持続と似ているが(『思想と動くもの』、『物質と記憶』など)、彼がその「混沌」たる内観の中に真の形而上学建設を期するのと異なり、私はそこから「脱出」して純粹理性の問題に近づこうとして、その混沌を「今」と名付け、Bergson の「純粹持続」とは区別するのである。

私がここで「混沌」と言ったのは、『莊子』内篇、第七「応帝王篇」にある寓話からの連想である。王「混沌」の世話になった二人の王「儵」と「忽」(共に瞬間の意)が、「混沌」には見、聞き、食べ、息をする七つの穴がない事を見て、彼へのお礼にと日に一つづつ穴をあけたら「混沌」は七日で死んだという。「今」は正にこの「混沌」であって、儵、忽の仕事を例えば「いま」、「ここ」と分析あるいは表現することと見れば、「今」にまつわる難しさも、それにも拘わらず、時間、空間を導入したくなる気持ちも分かるであろう。

なお一つ連想されるのはインド哲学における「刹那滅」の考えである。私の良く知らない分野の難解な説だが、知り得た範囲で言えば、この存在論は、一切の現象、存在、精神活動を包括する「ダルマ(法)」は「一瞬だけ存在し消滅しながら'連続'する」とするが、ここには仏教の無常観が根底にある由で、私の「今」とは少し違う。少なくとも理論的科学の性格を考えるという私の狙いとは無縁に見える。しかし私自身は「今」の中に潜在的能力を求め、それによって「混沌」を脱出しようとしている点で、ここにも学ぶところはあるかも知れない。ただ、万象が瞬間に創造され、瞬間に消滅するとなると、西洋哲学における「実体(Substanz)」のようなものはどう考えればよいのか。そこに'連続'という言葉添えたのは、それを救済するためかと思われるが、そうすると「今」の難しさは元のままである。

尤もこの類の連続論は、Zenonの逆理などを初め、古今東西に多くの例があり、そのほとんどは空しい試みに終わっている。しかも、暴虎馮河というか、私もまたここに足を踏み入れざるを得なくなっているのである！

(3-2) 企画と難点

まず私の意図を示すと、私は上でこの「今」に時空や運動、ないし意識の「連続性」の発端を認めたが、更に Kant の "KDRV" の道具立てをこの「今」の中に用意しようとする。即ち、感性和悟性の弁別、カテゴリーの分類、超越的自意識などの 'transzendental' と呼ばれる諸概念等を、この「今」におこうとしている。そしてこの「今」からの脱出は、「今」のいわば「殺し方」如何に懸かっていると考える。

一つ仕方は、Kant が "KDRV" で行った事を理論 K とよび、K が(普遍妥当とは言わぬまでも)正しいと仮定するとき、「今」の満たすべき条件を吟味することであろう。これは Kant が、数学が普遍妥当的真理であるために人間の理性はどんな条件を満たすべきかを考えたのと似た考え方である。

それには先ず論理の基本法則、例えば Kant の強調した矛盾律などがなくてはならない。ここまで来れば「今」は既にある程度まで混沌を脱しており、経験や言葉が介在してくる一種の学問的常識の成り立つ中間段階だが、(Kant も

よくそうするように) その形成には深入りせず, 論理法則は既に成立し, 古典数学なども出来ていると考えてよいであろう, この段階を J と呼ぶ. これに続くのが「我」の同一性の自覚, 「汝」, 「他者」等の弁別, それらの同一性等の承認, 「感性」「悟性」の区別, 「時間」「空間」の導入, 「カテゴリー」の導入などと, 大体 Kant の跡を辿りつつ進める. その議論を展開できるために, 「今」はその原動力としてどんな潜在能力を持たねばならぬかを「批判」しようとするのである. これは手間がかかり, 見落としのないように慎重でなければならないが, 原理的な障碍はない. 尤も, これだけでは格別な新し味はなく, 大山鳴動鼠一匹と言われるかもしれない.

私が現に考えている「今」の持つ潜在能力とは,

「記憶」, 「弁別」, 「分類」, 「対応付け」, 「投影」または「類推」である. (この分類については次回までに, なお修正がありうる.)

この内, 特に「記憶」は, 混沌の中から「自分」を意識するのと相前後して, 寝ても起きても自分が常に自分であることの自覚を呼び起こす. 私はこの自意識の持続を, 「連続」の遥かな源と考えるのである.

他方, 「弁別」は混沌に目鼻を付けてその「連続」を破る力として, 不連続の意識の源と見られ. ひいては「数」の概念の源と見られてもよい.

「分類」は, 一旦異なるとして弁別されたものの間に, 何らかの意味で同類と見られるものを仕分けする契機と考える. Kant では「判断(Urteil)」の力の源の一つと考えてよいであろう.

記憶, 弁別, 分類は, 基本的な「論理」の形作られるについての土台である.

考えていることをもう少し具体的に言うと, 例えば嬰兒は本能的に, 混沌の中から自分, 母親, その他を記憶, 弁別, 分類するが, その分類で自分と似た他者(例えば母)を自分に「対応付け」, 自分をその他者に「投影」して「類推」を働かせる. 子供がよく使う擬人法はこの系列に属する表現法である. 他方, この類推の可能不能の程度によって, 人, 動物, 植物, 無生物などが分類される, といった具合である. (「対応付け」を特記したのは, 現代数学を Kant の図式論に似た形で扱うための伏線で, この対応付けを駆使して, 思考の世界を記号的象徴によって感性界に移そうという下心である.)

さて問題はこれからで, 「現代数学」と「言葉」の処理が要る. 勿論, これは未完成の部分だが, その下絵だけでも書き留めておこう. [以下は今回の加筆で, 8月の集会では話さなかった事を含む.]

先ず言葉については, 観念が言葉によって観念の中に投影されて「概念的 세계」が形成されるという最後の段階が難しい. ここには言語の発生と概念界の成立という問題があるからである. 現在は, 精神の世界の中に学問的常識の世

界(上記の J), Kant 的世界 (同じく K), 現代数学(の或る部分)の成立する世界(M , M^* , M^{**} , ...) など, いくつかの階層を設け, それに対応して言語の世界にも, 日常言語 (L), 古典数学の言語 (L^*), それを超える一つまたは多数の現代的理論言語などの階層を作ることを考えている. それらの世界の間に, 単純な拡大あるいはメタ拡大のような階層が作れないかと模索しているが, まだ成案はない. むしろそれらの階層が曼陀羅になったり, 堂々巡りを始めたのでは困るのである. そのような「数学」が Kant の場合と違って普遍妥当性など持ち得まいから, その如何によってはこの試みの致命傷になりかねない.

次に, 現代数学のことは次回に論ずる予定なので概要に止めるが, 無限集合の大幅な使用とそれを感性的対象へ移すことが先ず問題である. 実は Kant は "KDRV" の中で, 思考作用(悟性)から認識に到る「判断(Urteil)」について, 経験の裏付けのある「現象(Erscheinung)」と, 悟性が経験の裏付けなしに独り歩きをする「仮象(Schein)」とを分かち, 後者から有名な四つの二律背反を導いて純粹理性の限界を示す(「超越論的弁証論(transzendente Dialektik)」)のだが, 少なくとも Kant 的世界 K では現代数学は仮象になる懼れがある. これを避けるには, 記号的に表現されたこの数学を仮象に陥らせぬように「経験」を拡大するというような配慮を要する. 例えばメタの世界を導入して, そこに階層的構造を持ち込めないかというのはその一つの試みで, 「今」の中に「対応付け」という契機を加えたのも, そのための配慮なのだが, この辺はまだ詰められていない.

その上, 私は Kant と違って, 現代数学を本質的には一種の経験科学で側面を持つ学問と考え, その基礎付けについても, 「(拡大された)経験」の世界へ「数学」が応用できる様子を考察することによって, 経験的な面からも接近できないだろうかという考えももっている. そのような理論と応用の関係はなかなかの難問である. しかもここには更に基本的な問題がある. Kant は「数学」を普遍的真理の体系と考えていたから, そこに一つの理論的支えがあったのに反し, 私はそのような確固とした支えを持たないので, この辺りの議論は Kant の跡をなぞるだけでは済まない. 早い話が, 私の場合, 時空やカテゴリーの先天的形式性に拘らなくてもよくなりそうに見えるが, これは却って事を紛糾させる懼れがある. — こういう下絵的たわごとでは話にならないが, 楽屋内をさらけ出して何かの参考になればと思っている処である.

尤も, このような議論は Kant の避けた心理主義や歴史主義を導入しようというのではない. 階層の導入にしても, それが有限の段階で停止するか, 堂々巡りを始めるか(これらは一寸考えられないが), あるいは無際限に上昇するか, 分岐するか, いずれにしたも私は彼がその出発点においてそのようなありうべ

き階層を一色に塗りつぶし、事を割り切りすぎているのではないかと言いたいのである。勿論、この一連の下絵にはなお根本的な誤りがあるかもしれない。是非忌憚のないご批判を頂きたい。

これについてなお一つ思うのは、視覚の連続性がどんなものかという点である。今日、脳の生理学の結果として、視覚はもとより、意識までも digital で discrete とする説が力を持っていると聞くが、仮に視覚が discrete だとすれば、テレビで見えるような車輪の逆回転が肉眼で見えても、理論上はよいはずだが、どうなのか。視覚の上での運動の連続性は「今」の中に潜在する自意識が世界に付与した観念的なものではないのだろうか。私には何も言えないことだが、現在は肯定の方向で考えている。

(4) 言葉と論理の持つ離散性

詩文ではもとより、言葉は経験と繋がる限りニュアンスを持つ。しかしそれが論理的な学問的概念として精神の中に定立するとき、普通の意味でのニュアンスは失われる。これは「今」における「弁別」の契機がそのような方向に進んだときのことで、その限りにおいて概念は離散的である。

一方、論理的推論は、たとえば「A である」の段階と「A ならば B である」の段階から、一足飛びに「B である」を導くように、その歩みが跳び跳びであるという意味で離散的である。「今」の話に移せば、この場合「弁別」は正に離散的で、この飛躍に連続性の介入はない。また今日の記号論理において「連続性」の介在する余地は、((1)で述べた)変数ないし変項(variable)の形に潜り込む以外にないと思われるから、記号を対象とする意味での形式的には、この点にも連続性は入ってこない。

そこで現代的立場での「証明」の外見はと言えば、これは概念の記号や演算記号などの一系の記号列であり、その構成、読み方、解釈などはここでの意味で全て離散的である。従って「連続」的要素は上記の variable に潜在する以外にない。

この点、自然数は本来、離散的なので、これについては連続の場合ほどの原理的な困難性はないように見える。しかしそれでも、自然数全体に亘る完全帰納法のように無限性が表面に出る定理もあり、そもそも定理の数自身が無数で、一見雑多に出現するので、その雑多を整理するなど大きな困難はあったが、それはともかく克服された(Gentzen)。(完全帰納法については Poincare がそれを先天的総合判断として明記することを主張したが(『科学と仮説』)、現代の基礎論におけるメタ数学の基本線が「連続的」でなく離散的であることを考え併せると、彼の主張は Kant 的カテゴリーの論を補うものとして考慮に値する

と思われる。しかし Poincare 自身はそれに深入りせず、またその跡を継いだ人もいなかったようである。

改めて私の現在の考えを結論的に言えば、私は連続運動を言葉と論理によって明瞭確実に記述することは出来ないと考える。Dedekind, Cantor の実数論にしても、連続的運動の解明を避け、ただしそのための場を明快に構築したもので、ただその明快さをもたらした集合論的思考法が数学史に新しい視野を拓いたのである。時間、空間、運動の「連続性」は、「今」のもつ(連続のような、連続でないような)「連続性」そのものと固く結びついており、言葉と論理はその「連続性」を弁別によって「殺す」ときに初めて成立するものであるから、Bergson の哲学や『莊子』の寓話を思わせる。しかしこのことだけから上の結論を導こうというのは、理論的学問でなく悟りの問題であるように思われる。私としては、例えば「流れ」を「流れのない」瞬間的契機に分解する事が、何らかの「矛盾」を含むことの「証明」でも出来ればよいのだが、堂々巡りのようになって、なかなかできない。そしてそれは Zenon の逆理に始まる似たような問題の理論的解決を空しく求めた、多くの有名無名の学者の嘆きにに通ずるのである。

* * *

議論が大分ごたごたしたので、ここで私の現在の結論を纏めておく。私は数学的連続を含めて、連続運動の議論を初め、我々に振り捨てがたい時間、空間の連続的感覚などの遠い源泉を、「今」にまつわる(連続のような、連続でないような)「連続性」におこうとする。しかし言葉と論理は、「今」のもつこの連続性を弁別によって殺すときに初めて成立するものであり、そしてこの意味で、私は連続的運動を言葉と論理によって明瞭確実に記述することは出来ないと考える。勿論、その論証はまだ終わっていない。

[付記] 以上は、2000年8月 京大数理研で行われた「数学史の研究」の集会での「要項」を大幅に修正加筆したものである。当時は話の都合で現代数学の話割愛したので今回もその方針で行こうとしたが、やはりそうも行かず、そのため「目標はこれこれだが、この点は未決」というような曖昧なことを書いたところもある。また「要項」執筆当時から大分時が経って、私の考えにもそれなりの変化があったから、本稿は書き直し同然になったが、論旨に本質的な変化はないと思う。この二点、ご了承をお願いします。実はこの先、私にどれだけの時間が残っているか怪しいので、敢えてそうしたのである、下手な楽屋話で恥ずかしいが、もしそこに何か関心を惹く点を見出す方がおられたら、一緒に考えて頂けませんかと言うつもりである。

[21/XI/2000]